Title	6. 非可積分ハミルトン系の行列要素の統計性をめぐって(基研短期研究会報告「非可積分系の量子力学」,研究会報告)
Author(s)	首藤, 啓; 松下, 利樹
Citation	物性研究 (1988), 49(5): 467-468
Issue Date	1988-02-20
URL	http://hdl.handle.net/2433/92940
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

6. 非可積分ハミルトン系の行列要素の統計性をめぐって

早大・理工　首藤　啓
東工大・理　松下利樹

古典力学系が，カオス的なふるまいを示すとき，量子系の固有状態のレベル間隔分布が，ウィグナー型になることはよく知られている。ウィグナー分布は，直交変換に対して不変なハミルトニアンのアンサンブルを考え，その行列要素に統計的独立性を仮定して得られるものであるが，われわれの問題意識は，ある１つのハミルトニアンをとってきたとき，その行列要素が，いかなる統計的性格をもつとき，固有値分布がウィグナー型になるかということである。そのことを調べるために，具体的に２つのハミルトニアン

(i)　運動量項で結合したモース系

(ii)　４次の同次ポテンシャルをもつ多項式系

をとりあげる。それぞれを，１次元モース，調和振動子の直積基底で展開し，本来，決定論的に決まるはずの各行列要素が，どのような統計的性格をもっているのかを考察した。例えば，モース系では，系のパラメータ δ をかえることにより，可積分の場合のポアソン分布から，カオス的な場合のウィグナー分布へと移行していく。その移行の仕方は単調ではなく，対応する古典系の低次共鳴の出現に対応する振動現象がみられる。一方，行列要素の δ - 依存性は，

$$H=H^{\mathrm{diag}}(\delta)+\delta H^{\mathrm{off-diag}}$$

となり，非対角要素のパラメータ依存性は，そのパターンは同じまま，振幅のみが単調に変化する。また，対角項の δ - 依存性をとってしまうと，上で述べた振動現象はみられなくなり，現実のハミルトニアンのレベル間隔分布は，対角要素と非対角要素の微妙な相関を無視しては考えられないことが簡単な考察からわかる。以前の解析で，行列要素の値分布に対する相関関数及び，対角要素を固定したまま，非対角要素をランダムに交換し擬似的につくった行列の固有値分布と，真のハミルトニアンの固有値分布とを，比較することにより，現実のハミルトニアン行列は，単に乱数が，無相関に散らばっているものからは，かなりはずれていることを明らかにした。[1] この性質は，次で与えられる規格化されたトレース

$$\mathrm{Tr}\,(H^n) = \frac{\sum_{i_1 \cdots i_n}^{N} H_{i_1 i_2} H_{i_2 i_3} \cdots H_{i_n i_1}}{(\sum_i^N H_{ii})^n}$$

を調べることによって展開基底に依存せずにも導かれる。行列要素間に全く相関がなく，p 次のモーメントが m_p で与えられるような分布関数から得られる乱数の行列を考えると，そのトレースは，行列の次元Nが無限大の極限で，$\mathrm{tr}\,(H^2) = m_2/m_1$ である他は，$\mathrm{tr}(H^n)=1\,(n \geqq 3)$ になる。われわれが調べた現実のハミルトニアンは，対角要素が，非対角要素に比べて，圧倒的に大きいことを反映して，上記の乱数行列とは，明らかに異なる(図1)。また，真のハミルトニアンから行列要素をわずかにずらす(隣りあう要素どうしをランダムに交換する。)ことにより，レベル間隔分布を特徴づける Brody parameter β は，4次同次形では，$\beta = 0.91 \rightarrow 0.66$，モース系では，$\beta = 0.40 \rightarrow 0.86$ というように，かわる場合がみられる。このことは，非対角要素にも要素間相関があることを示しているが，この性質も，展開基底に依存せずに，もともとの行列要素から直接把えることが可能かどうかは今後の課題であろう。

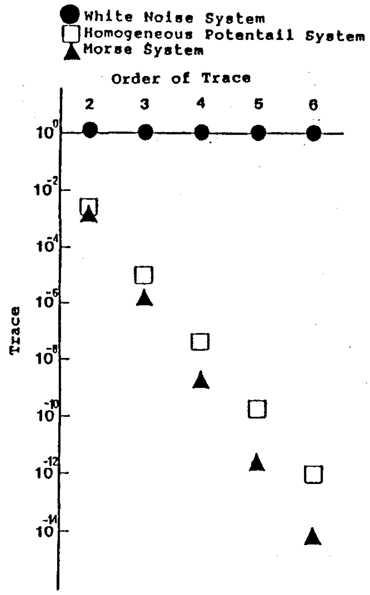

図1　規格化されたトレース

Reference

1) 首藤啓，松下利樹　物性研究48巻4号

7. Dissipation and the Dynamics of Macroscopic Quantum Systems

北大・工　飛 田 和 男

1. Introduction

In the dynamics of macroscopic systems, the dissipative effect is